



SERWIS EDUKACYJNO - INŻYNIERSKI

www.e-MECHANiK.com.pl

MATURA STUDIA PRAKTYKA PRACA

KOMPLEKSOWE WSPARCIE EDUKACYJNE NA KAŻDYM ETAPIE KSZTAŁCENIA INŻYNIERSKIEGO

Matematyka ; Fizyka ; Algebra z geometrią analityczną ; Analiza matematyczna I, II, III ; Mechanika I, II, III ; Mechanika płynów ; Mechanika analityczna ; Mechanika kwantowa ; Mechanika Techniczna ; Wytrzymałość materiałów I, II, III ; Równania różniczkowe ; PKM I, II ; Podstawy konstrukcji maszyn ; TMM ; Teoria mechanizmów i manipulatorów ; AiSUK ; Analiza i synteza układów kinematycznych ; PPM ; Podstawy projektowania mechanizmów (maszyn) ; PPST ; Podstawy projektowania środków transportu ; Manipulatory ; Automatyka i robotyka ; Synteza mechanizmów ; Modelowanie układów wieloczołonowych ; Grafika inżynierska 2D i 3D ; maszyny CNC ; konsultacje prac inżynierskich i magisterskich kierunków studiów technicznych ; współpraca z przemysłem.

KURSY INDYWIDUALNE ORAZ GRUPOWO I ON-LINE

email: kontakt@e-mechanik.com.pl

web: www.e-MECHANiK.com.pl

fb: facebook.com/kontakt.emechanik

tel: **(+48) - 697-154-075**

skype: **e-MECHANiK**

e-MECHANiK	inż. Szymon Flis	Rybná 716/24	Praha 1 (Staré Město)	Česká Republika	IČO: 06032168	DIČ: CZ684184253	(+48)-697-154-075
------------	------------------	--------------	-----------------------	-----------------	---------------	------------------	-------------------

MECHANIKA II

DYNAMIKA PUNKTU MATERIALNEGO

PROJEKT

Dla zadanego układu, znaleźć:

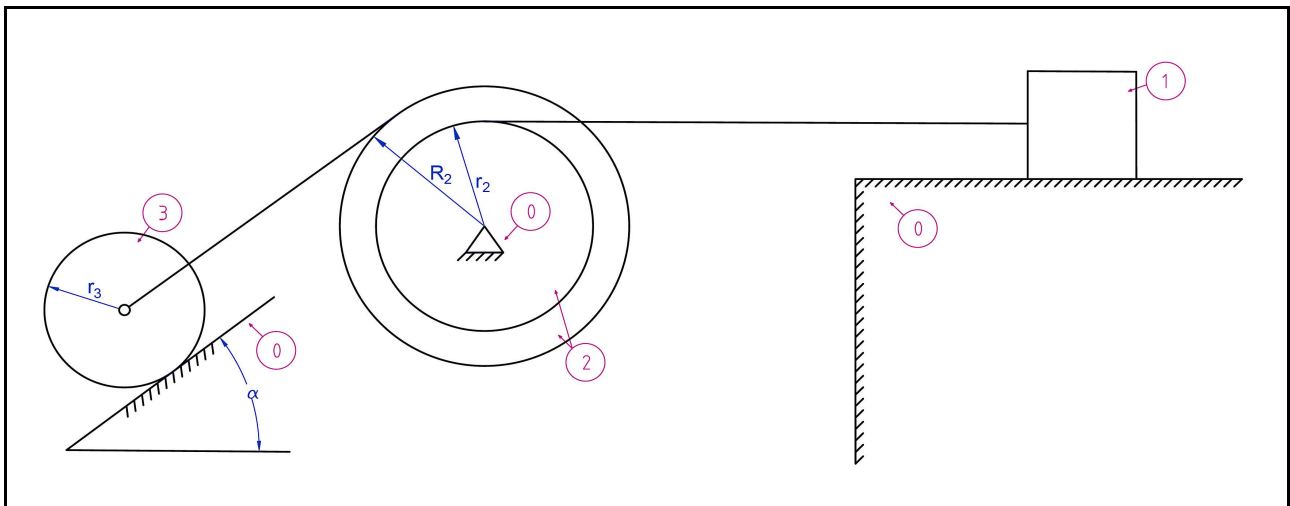
1) Parametry kinematyczne:

- prędkość motocyklisty w punkcie A.
- czas trwania lotu T , na odcinku BC.
- długość odcinka BC.

DANE

- masa motocyklisty wraz z motorem.
- współczynnik tarcia posuwistego opon o podłoże.
- siła ciągu silnika.
- długość odcinka AB.
- czas trwania ruchu na odcinku AB.
- kąt nachylenia równi pochyłej do poziomu.

Założyć nieważkość i bezmasowość cięgien.



Rys. 1. Dynamika układu brył sztywnych.

ZAD. 6

DAANE:

$$m = 1 \text{ [kg]}$$

$$f = 0,3$$

$$F = 10 \text{ [N]}$$

$$|v_B| = 10 \text{ [m/s]}$$

$$\tau = 1,3 \text{ [s]}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

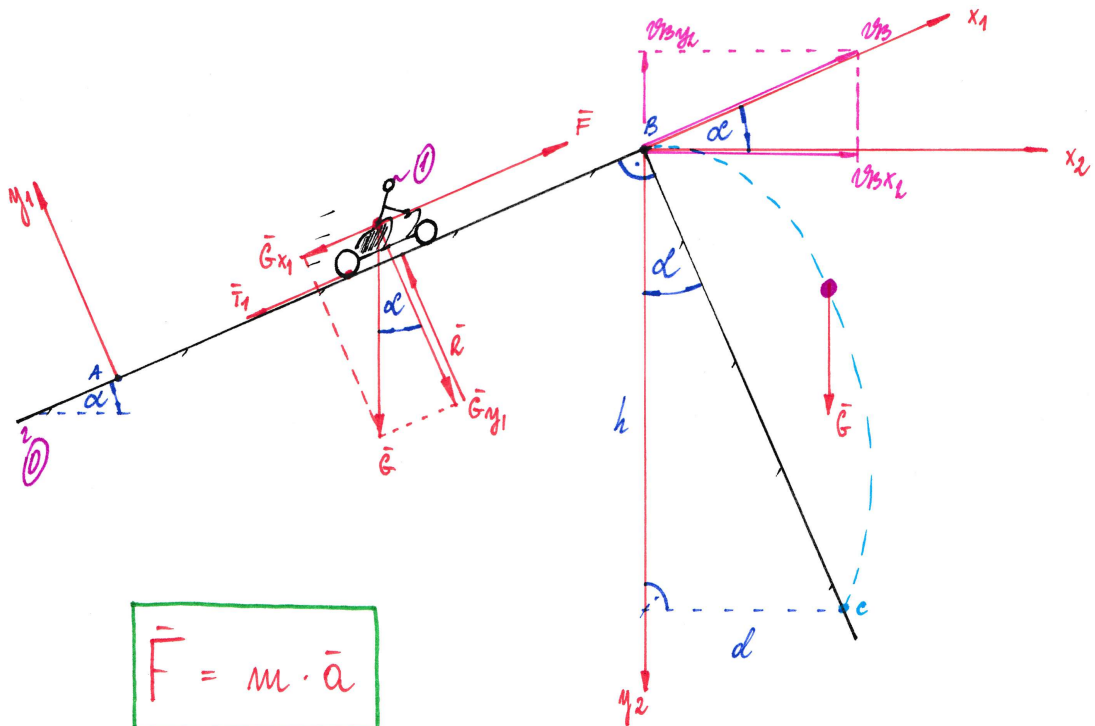
SZUKAM:

$$\vec{v}_A = ?$$

$$T = ?$$

$$|BC| = ?$$

1) SCHEMAT PRZEWIDUJĄCY URUCHOMIENIA:



$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

2) szukan $x_1(t)$, $y_1(t)$, ma AXIUM:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$



$$\begin{cases} \sum F_{ix_1} = m\ddot{x}_1 = \bar{F} - \bar{G}_{x_1} - \bar{T}_1 \\ \sum F_{iy_1} = m\ddot{y}_1 = \bar{R} - \bar{G}_{y_1} \end{cases}$$

$$\frac{G_{x_1}}{G_1} = \sin \alpha \Rightarrow$$

$$G_{x_1} = mg \sin \alpha$$

$$f = \frac{T_1}{T_U}$$

$$\frac{G_{y_1}}{G_1} = \cos \alpha \Rightarrow$$

$$G_{y_1} = mg \cos \alpha$$



$$T_1 = f \cdot T_U = f \cdot G_{y_1}$$

$$\Rightarrow T_1 = f mg \cos \alpha$$



$$\begin{cases} \sum F_{ix_1} = F - mg \sin \alpha - f mg \cos \alpha \\ \sum F_{iy_1} = R - mg \cos \alpha \end{cases}$$

2)

$$m\ddot{y}_1 = R - mg \cos \alpha$$



$$\left. \begin{array}{l} \ddot{y}_1 = 0 \\ \ddot{x}_1 = 0 \\ \ddot{y}_1 = 0 \end{array} \right\}$$



$$0 = R - mg \cos \alpha$$

$$\Rightarrow R = mg \cos \alpha$$

1)

$$m\ddot{x}_1 = F - mg \sin \alpha - f \cos \alpha \quad | : m$$

$$\ddot{x}_1 = \frac{F}{m} - g \sin \alpha - f \cos \alpha$$

$$\left. \ddot{x}_1 = \frac{dx_1}{dt} \right\}$$

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{F}{m} - g \sin \alpha - f \cos \alpha \quad | \cdot dt$$

$$dx_1 = \left(\frac{F}{m} - g \sin \alpha - f \cos \alpha \right) dt \quad | \int$$

$$\Rightarrow \int dx_1 = \int \left(\frac{F}{m} - g \sin \alpha - f_g \cos \alpha \right) dt$$

$$\boxed{\dot{x}_1 = \left(\frac{F}{m} - g \sin \alpha - f_g \cos \alpha \right) t + C_1}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \boxed{\dot{x}_1 = \frac{dx_1}{dt}} \end{array} \right\}$$

$$\frac{dx_1}{dt} = \left(\frac{F}{m} - g \sin \alpha - f_g \cos \alpha \right) t + C_1 \quad | \cdot dt$$

$$dx_1 = \left(\left(\frac{F}{m} - g \sin \alpha - f_g \cos \alpha \right) t + C_1 \right) dt \quad | \int$$

$$\int dx_1 = \int \left(\left(\frac{F}{m} - g \sin \alpha - f_g \cos \alpha \right) t + C_1 \right) dt$$

$$\boxed{x_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{F}{m} - g \sin \alpha - f_g \cos \alpha \right) t^2 + C_1 t + C_2}$$

\Rightarrow

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{x}_1 = \frac{F}{m} - g \sin \alpha - f_g \cos \alpha \\ \dot{x}_1 = \left(\frac{F}{m} - g \sin \alpha - f_g \cos \alpha \right) t + C_1 \\ x_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{F}{m} - g \sin \alpha - f_g \cos \alpha \right) t^2 + C_1 t + C_2 \end{array} \right.$$

\Rightarrow warunki początkowe:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1(t=0) = x_A \\ \dot{x}_1(t=0) = v_A \end{array} \right.$$

\Rightarrow

$$\left\{ \begin{array}{l} C_1 = v_A \\ C_2 = x_A \end{array} \right.$$

-4-

$$\rightarrow \begin{cases} \ddot{x}_1(t) = \frac{F}{m} - g \sin \alpha - f_g \cos \alpha \\ \dot{x}_1(t) = \left(\frac{F}{m} - g \sin \alpha - f_g \cos \alpha \right) t + v_{A1} \\ x_1(t) = \frac{1}{2} \left(\frac{F}{m} - g \sin \alpha - f_g \cos \alpha \right) t^2 + v_{A1} t + x_A \end{cases}$$

3) szukan v_{A1} , v_{B1} :

\rightarrow "warunki początkowe":

τ - czas trwania ruchu.

\downarrow

$$\begin{cases} x_1(\tau) = |AB| \\ \dot{x}_1(\tau) = v_{B1} \end{cases}$$

\downarrow

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \left(\frac{F}{m} - g \sin \alpha - f_g \cos \alpha \right) \tau^2 + v_{A1} \tau + x_A = |AB| \quad | \cdot 2 \\ \left(\frac{F}{m} - g \sin \alpha - f_g \cos \alpha \right) \tau + v_{A1} = v_{B1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1) \left(\frac{F}{m} - g \sin \alpha - f_g \cos \alpha \right) \tau^2 = 2|AB| - 2v_{A1}\tau \\ 2) \left(\frac{F}{m} - g \sin \alpha - f_g \cos \alpha \right) \tau = v_{B1} - v_{A1} \end{cases}$$

- 5 -

1/

$$\left(\frac{F}{m} - g \sin \alpha - f_g \cos \alpha\right) \tilde{r}^2 = 2|A_B| - 2v_A \tilde{r}$$

$$2v_A \tilde{r} = 2|A_B| - \left(\frac{F}{m} - g \sin \alpha - f_g \cos \alpha\right) \tilde{r}^2 \quad | : 2\tilde{r}$$

$$v_A = \frac{|A_B|}{\tilde{r}} - \frac{1}{2} \left(\frac{F}{m} - g \sin \alpha - f_g \cos \alpha\right) \tilde{r}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow v_A &= \frac{10}{1,3} - \frac{1}{2} \left(\frac{10}{1} - 9,81 \sin 30^\circ - 0,3 \cdot 9,81 \cdot \cos 30^\circ \right) \cdot 1,3 = \\ &= 4,69 - 0,65 \cdot (10 - 4,905 - 2,55) = 4,69 - 1,65 = 6,04 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow v_A = 6,04 \quad \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

2/

$$\left(\frac{F}{m} - g \sin \alpha - f_g \cos \alpha\right) \tilde{r} = v_B - v_A$$

$$v_B = v_A + \left(\frac{F}{m} - g \sin \alpha - f_g \cos \alpha\right) \tilde{r}$$

$$\Downarrow$$

$$\Rightarrow v_B = 6,04 + (10 - 4,905 - 2,55) \cdot 1,3 = 6,04 + 3,31 = 9,35$$

$$\Rightarrow v_B = 9,35 \quad \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

-6-



42

$$\rightarrow (v_B - v_A) \tilde{t} = 2|v_B| - 2v_A \tilde{t}$$

$$v_B \tilde{t} - v_A \tilde{t} = 2|v_B| - 2v_A \tilde{t}$$

$$-v_A \tilde{t} + 2v_A \tilde{t} = 2|v_B| - v_B \tilde{t}$$

$$v_A \tilde{t} = 2|v_B| - v_B \tilde{t}$$

$$(v_A + v_B) \tilde{t} = 2|v_B|$$



$$(6,04 + 9,35) \cdot 1,3 \stackrel{?}{=} 2 \cdot 10$$

$$15,39 \cdot 1,3 = 20$$

$$20,004 = 20$$

*wynik jest wyczerpująco
poprawny.*

$$L = P \quad \checkmark$$

- 4 -

4) SZUKAM $x_2(t)$, $y_2(t)$, MAT $B_{2 \times 2}$:

$$\bar{F} = m \cdot \bar{a}$$

↓

$$\begin{cases} 3) \sum F_{ix_2} = m \ddot{x}_2 = 0 \\ 4) \sum F_{iy_2} = m \ddot{y}_2 = \bar{G} \end{cases}$$

3)

$$m \ddot{x}_2 = 0 \quad / : m$$

↓

$$\begin{cases} \ddot{x}_2 = 0 \\ \dot{x}_2 = C_3 \\ x_2 = C_3 t + C_4 \end{cases}$$

→ warunki początkowe:

$$\begin{cases} x_2(t=0) = x_{B \times 2} \\ \dot{x}_2(t=0) = v_{B \times 2} \end{cases}$$

→

$$\begin{cases} C_3 = v_{B \times 2} \\ C_4 = x_{B \times 2} \end{cases}$$

- 8 -

$$\rightarrow \left\{ \frac{v_{Bx2}}{v_B} = \cos \alpha \rightarrow v_{Bx2} = v_B \cos \alpha \right.$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{x}_2(t) = 0 \\ \dot{\bar{x}}_2(t) = v_B \cos \alpha \\ x_2(t) = v_B \cos \alpha \cdot t + x_{Bx2} \end{array} \right.$$

4/

$$m \ddot{y}_2 = \bar{G}$$



$$m \ddot{y}_2 = m g \quad / : m$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{y}_2 = g \\ \dot{y}_2 = g t + C_5 \\ y_2 = \frac{1}{2} g t^2 + C_5 t + C_6 \end{array} \right.$$

→ warunki początkowe:

$$\left\{ \begin{array}{l} y_2(t=0) = y_{poc2} \\ \dot{y}_2(t=0) = -v_{poc2} \end{array} \right.$$



$$\left\{ \begin{array}{l} C_5 = -v_{poc2} \\ C_6 = y_{poc2} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left. \frac{v_{y2}}{v_B} = \sin \alpha \Rightarrow \boxed{v_{y2} = v_B \sin \alpha} \right\}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\begin{cases} \ddot{y}_2(t) = g \\ \dot{y}_2(t) = gt - v_B \sin \alpha \\ y_2(t) = \frac{1}{2}gt^2 - v_B \sin \alpha \cdot t + y_{y2} \end{cases}}$$

5) szum T:

$$\boxed{T - \text{czas trwania ruchu.}}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\begin{cases} x_2(T) = d \\ y_2(T) = h \end{cases}}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\begin{cases} v_B \cos \alpha \cdot T + \overset{0}{x_{Bx2}} = d \\ \frac{1}{2}gT^2 - v_B \sin \alpha \cdot T + \overset{0}{y_{y2}} = h \end{cases}}$$

-10-

$$\Rightarrow \left\{ \frac{d}{h} = \operatorname{tg} \alpha \rightarrow \boxed{d = h \operatorname{tg} \alpha} \right\}$$



$$\begin{array}{l} 5) \quad \rho_B \cos \alpha \cdot \bar{T} = h \operatorname{tg} \alpha \\ 6) \quad \frac{1}{2} g \bar{T}^2 - \rho_B \sin \alpha \cdot \bar{T} = h \end{array}$$



5/

$$\boxed{\bar{T} = \frac{h \operatorname{tg} \alpha}{\rho_B \cos \alpha}}$$



6/

$$\frac{1}{2} g \left(\frac{h \operatorname{tg} \alpha}{\rho_B \cos \alpha} \right)^2 - \rho_B \sin \alpha \cdot \frac{h \operatorname{tg} \alpha}{\rho_B \cos \alpha} = h$$

$$\frac{1}{2} g \left(\frac{h \operatorname{tg} \alpha}{\rho_B \cos \alpha} \right)^2 - h \operatorname{tg}^2 \alpha - h = 0$$

$$\boxed{\frac{1}{2} g \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\rho_B \cos \alpha} \right)^2 \cdot h^2 - (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \cdot h = 0}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} g \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha}{v_{B \cos \alpha}} \right)^2 \cdot h^2 - (1 + \operatorname{tg} \alpha) \cdot h = 0$$



$$A = \frac{1}{2} g \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha}{v_{B \cos \alpha}} \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot \left(\frac{\operatorname{tg} 30^\circ}{9,35 \cos 30^\circ} \right)^2 = 4,905 \cdot \left(\frac{0,58}{8,09} \right)^2 =$$

$$= 4,905 \cdot (0,072)^2 = 0,25 \quad \Rightarrow \quad A = 0,25$$

$$B = 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = 1 + (\operatorname{tg} 30^\circ)^2 = 1 + (0,58)^2 = 1,34$$

$$\Rightarrow \quad B = 1,34$$



$$Ah^2 - Bh = 0$$

$$h(Ah - B) = 0$$

$$h = 0$$

v

$$Ah - B = 0$$

$$Ah = B$$

$$h = \frac{B}{A} = \frac{1,34}{0,25} = 5,36$$

$$\Rightarrow \quad h = 53,6 \text{ (m)}$$

-12-

$$\rightarrow d = h \operatorname{tg} \alpha$$



$$d = 53,6 \cdot \operatorname{tg} 30^\circ = 30,95 \Rightarrow$$

$$d = 30,95 \text{ (m)}$$

$$\rightarrow T = \frac{h \operatorname{tg} \alpha}{v_{\text{fs}} \cos \alpha}$$



$$T = \frac{53,6 \cdot \operatorname{tg} 30^\circ}{9,35 \cdot \cos 30^\circ} = \frac{30,95}{8,094} = 3,82 \Rightarrow$$

$$T = 3,82 \text{ (s)}$$

(b) szukan $|B_C|$:

$$\sin \alpha = \frac{d}{|B_C|}$$



$$|B_C| = \frac{d}{\sin \alpha} = \frac{30,95}{\sin 30^\circ} = 61,9 \Rightarrow$$

$$|B_C| = 61,9 \text{ (m)}$$

