AKADEMIA EDUKACYJNO - INŻYNIERSKA

www.e-MECHANiK.com.pl

MATURA STUDIA PRAKTYKA STAŻ PRACA BIZNES PRZEMYSŁ STEAM

KOMPLEKSOWE WSPARCIE EDUKACYJNE **ON – LINE** NA KAŻDYM ETAPIE KSZTAŁCENIA INŻYNIERSKIEGO

email: **kontakt@e-mechanik.com.pl**
web: **www.e-MECHANiK.com.pl**
fb: www.facebook.com/groups/emechanik
tel: **(+48) - 697-165-075**

MECHANIKA III

"RÓWNANIA LA GRANGE'A II RODZAJU"

PROJEKT

Oblicz:

- równanie ruchu
- częstość drgań własnych

dla układu mechanicznego.

DANE:

$m, l = OK$

SZUKAM:

$\varphi_1(t), \omega_0 = ?$

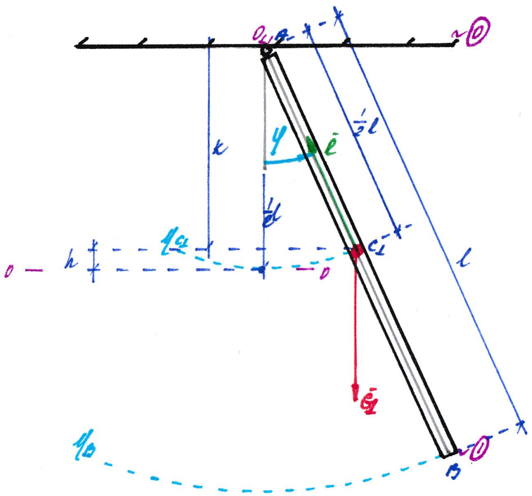
H3

D: m, l = ✓

SZ: $\varphi(t) = ?$

$\omega_0 = ?$

1) [illegible]



2) [illegible].

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{dL}{d\dot{q}}\right) - \frac{dL}{dq} = Q \implies \frac{d}{dt}\left(\frac{dL}{d\dot{\varphi}}\right) - \frac{dL}{d\varphi} = 0$$

$q = \varphi$

$$L = E_k - E_p \implies \begin{cases} \text{I)}\ E_k = \frac{1}{2} I_1^{(O_1)} \dot{\varphi}^2 \\ \text{II)}\ E_p = mgh \end{cases}$$

$$h = \frac{1}{2}l - k \quad ; \quad \frac{k}{\frac{1}{2}l} = \cos\varphi \implies k = \frac{1}{2}l\cos\varphi$$

$$h = \frac{1}{2}l - \frac{1}{2}l\cos\varphi = \frac{1}{2}l(1 - \cos\varphi)$$

$$I_1^{(O_1)} = ?$$

$$I_1^{(O_1)} = I_1^{(C_1)} + m(e)^2$$

$$I_1^{(O_1)} = \frac{1}{12}ml^2 + m\left(\frac{1}{2}l\right)^2$$

$$I_1^{(O_1)} = \frac{1}{12}ml^2 + \frac{1}{4}ml^2 = \frac{1}{3}ml^2$$

$$\implies L = E_k - E_p = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}ml^2\dot{\varphi}^2 - mgh = \frac{1}{6}ml^2\dot{\varphi}^2 - \frac{1}{2}mgl(1 - \cos\varphi) =$$

$$= \frac{1}{6}ml^2\dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2}mgl\cos\varphi - \frac{1}{2}mgl$$

$$\text{I)}\ \frac{dL}{d\varphi} = -\frac{1}{2}mgl\sin\varphi \qquad \text{III)}\ \frac{d}{dt}\left(\frac{dL}{d\dot{\varphi}}\right) = \frac{1}{3}ml^2\ddot{\varphi}$$

$$\text{II)}\ \frac{dL}{d\dot{\varphi}} = \frac{1}{3}ml^2\dot{\varphi}$$

-/-

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{dL}{d\dot{\varphi}}\right) - \frac{dL}{d\varphi} = 0$$

$$\frac{1}{3}ml^2\ddot{\varphi} - \left(-\frac{1}{2}mgl\sin\varphi\right) = 0 \qquad (\sin\varphi \approx \varphi)$$

$$\frac{1}{3}ml^2\ddot{\varphi} + \frac{1}{2}mgl\varphi = 0 \quad / \cdot \frac{3}{ml^2}$$

$$\ddot{\varphi}(t) + \frac{3g}{2l}\varphi(t) = 0 \qquad \left(\frac{3g}{2l} = \omega_0^2\right)$$

$$\implies \omega_0 = \sqrt{\frac{3g}{2l}}$$


e
-mechanik
.COM
.PL